GOVERNO DO
ESTADO DO CEARÁ
Secretaria da Educação

Escola Estadual de
Educação Profissional - EEEP

Ensino Médio Integrado à Educação Profissional

Curso Técnico em Transações Imobiliárias

Matemática Financeira

GOVERNO DO
ESTADO DO CEARÁ
Secretaria da Educação

Governador
Cid Ferreira Gomes

Vice Governador
Domingos Gomes de Aguiar Filho

Secretária da Educação
Maria Izolda Cela de Arruda Coelho

Secretário Adjunto
Maurício Holanda Maia

Secretário Executivo
Antônio Idilvan de Lima Alencar

Assessora Institucional do Gabinete da Seduc
Cristiane Carvalho Holanda

Coordenadora da Educação Profissional – SEDUC
Andréa Araújo Rocha

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO 2

CAPÍTULO I 3

Razão e proporção
Regra de três simples e composta
Porcentagem
Juros simples e compostos
Taxas

CAPÍTULO II 23

Descontos

CAPÍTULO III 28

Sistema de Amortização Constante - SAC

TABELA FINANCEIRA 30

BIBLIOGRAFIA 31

INTRODUÇÃO

Caro aluno,

A apostila de Matemática Financeira aborda os seguintes temas:

- Porcentagem;
- Razão e proporção;
- Regra de três simples e composta;
- Juros simples e compostos;
- Descontos simples e compostos;
- Sistema de Amortização Constante.

Todos de suma importância para cálculos financeiros. É impossível trabalhar com finanças sem usar porcentagem, juros ou descontos.

São a partir desses cálculos que se compreendem melhor os juros existentes no mercado, efetuam-se operações financeiras, analisa-se equivalência de capitais.

Dedique-se à Matemática Financeira para aplicá-la em situações reais com segurança e facilidade.

Bom curso a todos!

CAPÍTULO I

RAZÃO E PROPORÇÃO

Razão

Chama-se de razão entre dois números racionais a e b, com b ≠ 0, ao quociente entre eles. Indica-se a razão de a para b por a/b ou a : b.

Exemplo:

Na sala da 9ª A de um colégio há 20 rapazes e 25 moças. Encontre a razão entre o número de rapazes e o número de moças. (lembrando que razão é divisão)

$$\frac{20 \div 5}{25 \div 5} = \frac{4}{5} \text{ (Indica que para cada 4 rapazes existe 5 moças)}$$

Lendo Razões

$\frac{2}{5}$, lê -se, 2 está para 5 ou 2 para 5.

$\frac{8}{9}$, lê -se, 8 está para 9 ou 8 para 9.

Termos de uma Razão

$\frac{6}{7}$ $\begin{array}{l}\text{Antecedente}\\ \text{Consequente}\end{array}$

Razões Inversas

Vamos observar as seguintes razões.

$\frac{5}{8}$ e $\frac{8}{5}$

Observe que o antecessor (5) da primeira é o conseqüente (5) da segunda. Observe que o conseqüente (8) da primeira é o antecessor (8) da segunda.

O Produto das duas razões é igual a 1, isto é 5/8 x 8/5 =1

Dizemos que as razões são inversas.

Proporção

A igualdade entre razões denomina-se proporção.

Os números a, b, c e d, todos diferentes de zero, formam nesta ordem, uma proporção se, e somente se, a razão a : b for igual à razão c : d.

Indicamos esta proporção por:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Chamamos aos termos a e d de extremos e aos termos b e c chamamos de meios.

Veja que a razão de 10 para 5 é igual a 2 (10 : 5 = 2).

A razão de 14 para 7 também é igual a 2 (14 : 7 = 2).

Propriedade fundamental das proporções

Qualquer que seja a proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios. Assim sendo, dados os números a, b, c e d, todos diferentes de zero e formando nesta ordem uma proporção, então o produto de a por d será igual ao produto de b por c:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Segunda propriedade das proporções

Qualquer que seja a proporção, a soma ou a diferença dos dois primeiros termos está para o primeiro, ou para o segundo termo, assim como a soma ou a diferença dos dois últimos termos está para o terceiro, ou para o quarto termo. Então temos:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$ Ou $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$

Ou

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ Ou $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

Terceira propriedade das proporções

Qualquer que seja a proporção, a soma ou a diferença dos antecedentes está para a soma ou a diferença dos consequentes, assim como cada antecedente está para o seu respectivo consequente. Temos então:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b}$ ou $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{c}{d}$

Ou

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-c}{b-d} = \frac{a}{b}$ ou $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-c}{b-d} = \frac{c}{d}$

Quarta proporcional

Dados três números a, b, e c, chamamos de quarta proporcional o quarto número x que junto a eles formam a proporção:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$$

Tendo o valor dos números a, b, e c, podemos obter o valor da quarta proporcional, o número x, recorrendo à propriedade fundamental das proporções. O mesmo procedimento utilizado na resolução de problemas de regra de três simples.

Terceira proporcional

Em uma proporção onde os meios são iguais, um dos extremos é a terceira proporcional do outro extremo:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

Na proporção acima a é a terceira proporcional de c e vice-versa.

EXERCÍCIOS

01.Se (3, x, 14, ...) e (6, 8, y, ...) forem grandezas diretamente proporcionais, então o valor de x + y é:

a) 20
b) 22
c) 24
d) 28
e) 32

02. Calcular x e y sabendo-se que (1, 2, x, ...) e (12, y, 4, ...) são grandezas inversamente proporcionais.

03. Dividir o número 160 em três partes diretamente proporcionais aos números 2, 3 e 5.

04. Repartir uma herança de R$ 495.000,00 entre três pessoas na razão direta do número de filhos e na razão inversa das idades de cada uma delas. Sabe-se que a 1ª pessoa tem 30 anos e 2 filhos, a 2ª pessoa tem 36 anos e 3 filhos e a 3ª pessoa 48 anos e 6 filhos.

05. Dois números estão na razão de 2 para 3. Acrescentando-se 2 a cada um, as somas estão na razão de 3 para 5. Então, o produto dos dois números é:

a) 90
b) 96
c) 180
d) 72
e) -124

06. (PUC) Se (2; 3; x; ...) e (8; y; 4; ...) forem duas sucessões de números diretamente proporcionais, então:

a) x = 1 e y = 6
b) x = 2 e y = 12
c) x = 1 e y = 12
d) x = 4 e y = 2
e) x = 8 e y = 12

07. Sabe-se que y é diretamente proporcional a x e que y = 10 quando x = 5. De acordo com estes dados, qual:

a) a sentença que relaciona y com x?
b) o gráfico da função f: [-2; 3] ® ℝ definida pela sentença anterior?
c) o valor de y quando x = 2?

08. (FUVEST) São dados três números reais, a < b < c. Sabe-se que o maior deles é a soma dos outros dois e o menor é um quarto do maior. Então a, b e c são, respectivamente, proporcionais a:

a) 1, 2 e 3
b) 1, 2 e 5
c) 1, 3 e 4

d) 1, 3 e 6
e) 1, 5 e 12

09. (MACK) Dividindo-se 70 em partes proporcionais a 2, 3 e 5, a soma entre a menor e a maior parte é:

a) 35
b) 49
c) 56
d) 42
e) 28

10. (UFLA) Três pessoas montam uma sociedade, na qual cada uma delas aplica, respectivamente, R$ 20.000,00, R$ 30.000,00 e R$ 50.000,00. O balanço anual da firma acusou um lucro de R$ 40.000,00. Supondo-se que o lucro seja dividido em partes diretamente proporcionais ao capital aplicado, cada sócio receberá, respectivamente:

a) R$ 5.000,00; R$ 10.000,00 e R$ 25.000,00
b) R$ 7.000,00; R$ 11.000,00 e R$ 22.000,00
c) R$ 8.000,00; R$ 12.000,00 e R$ 20.000,00
d) R$ 10.000,00; R$ 10.000,00 e R$ 20.000,00
e) R$ 12.000,00; R$ 13.000,00 e R$ 15.000,00

REGRA DE TRÊS SIMPLES E COMPOSTA

Definição:

Regra de três é o procedimento para resolver um problema que envolva grandezas relacionadas onde determinamos por proporção o valor de uma destas, conhecendo a relação desta proporção com a proporção das demais grandezas. Este procedimento chama-se ***regra de três simples*** quando temos apenas 2 grandezas e do contrário chama-***se regra de três composta*** , ou seja, quando temos mais de 2 grandezas.

Procedimento:

1ª etapa - Identificar as grandezas e a relação entre elas (diretamente ou inversamente proporcionais);
2ª etapa - Montar a Tabela com as proporções;
3ª etapa - Montar e resolver as proporções.

Exemplo – regra de três simples:

Um automóvel percorre um espaço de 480 km em 02 horas. Quantos km ele percorrerá em 06 horas?

Grandeza 1: Distância percorrida

Grandeza 2: Tempo necessário

Cálculo:

Distância 1 = 480 km - 02 horas

Distância 2 = ? Km - 06 horas

01 hora percorrida = 240 km

06 horas percorrida = 240 km x 6

Resultado: 1440 km

Exemplo – regra de três composta:

Na alimentação de 02 bois, durante 08 dias, são consumidos 2420 kg de ração. Se mais 02 bois são comprados, quantos quilos de ração serão necessários para alimentá-los durante 12 dias.

Ração	dias	bois
2420	08	02
X	12	04

$$\frac{2420}{X} = \frac{08.02}{12.04} \quad X = \frac{2420.12.04}{08.02} = 7260$$

EXERCÍCIOS

01 – Com 10 kg de trigo podemos fabricar 7 kg de farinha. Quantos quilogramas de trigo são necessários para fabricar 28 kg de farinha?

02 – Com 50 kg de milho, obtemos 35 kg de fubá. Quantas sacas de 60 kg de fubá podemos obter com 1 200 kg de milho ?

03 – Sete litros de leite dão 1,5 quilos de manteiga. Quantos litros de leite serão necessários para se obterem 9 quilos de manteiga ?

04 – Em um banco, contatou-se que um caixa leva, em média, 5 minutos para atender 3 clientes. Qual é o tempo que esse caixa vai levar para atender 36 clientes ?

05 – Paguei R$ 6,00 por 1.250 kg de uma substância. Quanto pagaria por 0,750 kg dessa mesma substância ?

06 – Seis máquinas escavam um túnel em 2 dias. Quantas máquinas idênticas serão necessárias para escavar esse túnel em um dia e meio ?

07 – Uma fonte fornece 39 litros de água em 5 minutos. Quantos litros fornecerá em uma hora e meia ?

08 – Abrimos 32 caixas e encontramos 160 bombons. Quantas caixas iguais necessitamos para obter 385 bombons ?

09 – Um automóvel percorre 380 km em 5 horas. Quantos quilômetros percorrerá em 7 horas, mantendo a mesma velocidade média ?

10 – Um automóvel gasta 24 litros de gasolina para percorrer 192 km. Quantos litros de gasolina gastará para percorrer 120 km ?

11 – Uma torneira despeja 30 litros de água a cada 15 minutos. Quanto tempo levará para encher um reservatório de 4m3 de volume?

12 – Um relógio adianta 40 segundos em 6 dias. Quantos minutos adiantará em 54 dias ?

13 – Um relógio atrasa 3 minutos a cada 24 horas.

a) Quantos minutos atrasará em 72 horas ?

b) Quantos minutos atrasará em 18 dias ?

c) Quantos dias levará para o relógio ficar atrasado 45 minutos ?

14 – Quero ampliar uma foto 3 x 4 (3 cm de largura e 4 cm de comprimento) de forma que a nova foto tenha 10,5 m de largura. Qual será o comprimento da foto ampliada?

15 – Uma foto mede 2,5 cm por 3,5 cm e se quer ampliá-la de tal maneira que o lado maior meça 14 cm. Quanto deve medir o lado menor da foto ampliada ?

16 – Duas piscinas têm o mesmo comprimento, a mesma largura e profundidades diferentes. A piscina A tem 1,75 m de profundidade e um volume de água de 35 m3. Qual é o volume de água da piscina B, que tem 2 m de profundidade?

17 – Uma roda de automóvel dá 2750 voltas em 165 segundos. Se a velocidade permanecer constante, quantas voltas essa roda dará em 315 segundos?

18 – A combustão de 48 g de carbono fornece 176 gás carbônico. A combustão de 30 g de carbono fornece quantos gramas de gás carbônico?

19 – Num mapa, a distância Rio - Bahia, que é de 1.600 km, está representada por 24 cm. A quantos centímetros corresponde, nesse mapa, a distância Brasília-Salvador, que é de 1200 km ?

20 – Sabendo-se que, para cada 5 fitas de música brasileira, tenho 2 fitas de música estrangeira, quantas fitas de música brasileira eu tenho se possuo 22 fitas estrangeiras ?

21 – Duas piscinas têm a mesma largura e a mesma profundidade e comprimentos diferentes. Na piscina que tem 8 m de comprimento, a quantidade de água que cabe na piscina é de 45.000 litros. Quantos litros de água cabem na piscina que tem 10 m de comprimento ?

22 – Em uma prova de valor 6, Cristina obteve a nota 4,8. Se o valor da prova fosse 10, qual seria a nota obtida por Cristina?

23 – Uma vara de 3 m em posição vertical projeta uma sombra de 0,80 m. Nesse mesmo instante, um prédio projeta uma sombra de 2,40 m. Qual a altura do prédio ?

24 – Uma tábua de 2 m, quando colocada verticalmente, produz uma sombra de 80 cm. Qual é a altura de um edifício que, no mesmo instante, projeta uma sombra de 12 m ?

25 – Uma tábua com 1,5 m de comprimento foi colocada verticalmente em relação ao chão e projetou urna sombra de 53 cm. Qual seria a sombra projetada no mesmo instante por um poste que tem 10,5 m de altura?

26 – Se 3/7 da capacidade de um reservatório correspondem a 8.400 litros, a quantos litros correspondem 2/5 da capacidade do mesmo tanque?

27 – Uma circunferência, com 8 cm de diâmetro, tem 25,1 cm de comprimento. Qual é o comprimento de outra circunferência que tem 14 cm de diâmetro ?

28 – Uma folha de alumínio tem 400 cm2 de área e tem uma massa de 900 g. Qual será, em g, a massa de uma peça quadrada, da mesma folha de alumínio, que tem 40 cm de lado? (Determine a área da peça quadrada).

29 – Para azulejar uma parede retangular, que tem 6,5 m de comprimento por 3 m de altura, foram usados 390 azulejos. Quantos azulejos iguais a esses seriam usados para azulejar uma parede que tem 15 m2 de área?

30 – Sabe-se que 100 graus aferidos na escala Celsius (100°C) correspondem a 212 graus aferidos na escala Fahrenheit (212°F). Em Miami, nos Estados Unidos, uma temperatura, lida no termômetro Fahrenheit, registrou 84,8 graus. Qual é a temperatura correspondente se lida no termômetro Celsius?

PORCENTAGEM

Definição

Porcentagem é uma razão de denominador 100 (cem). Assim, escrever a forma percentual de algum número significa que iremos dividí-lo por 100. Essa divisão é representada pelo símbolo % que deve ser colocado a esquerda do número, indicando que está se trabalhando com porcentagem. Chama - se os números percentuais representados desta forma de centesimais.

A porcentagem também pode ser representada por números decimais, no entanto, não necessitarão do símbolo % a sua esquerda. Chama - se os números percentuais representados desta forma de unitários.

Veja o quadro abaixo com as formas percentuais descritas acima:

RAZÃO	5/100	1/100	23/100	100/100
CENTESIMAL	5%	1%	23%	100%
UNITÁRIA	0,05	0,01	0,23	1 (UNIDADE)

A porcentagem é de grande utilidade no mercado financeiro, pois é utilizada para capitalizar empréstimos e aplicações, expressar índices inflacionários e deflacionários, descontos, aumentos, taxas de juros entre outros. No campo da Estatística possui participação ativa na apresentação de dados comparativos e organizacionais.

Utilizamos o cálculo de porcentagem constantemente no nosso cotidiano. Dois simples exemplos:

1) Uma loja lança uma promoção de 10% no preço dos seus produtos. Se uma mercadoria custa R$120,00, quanto a mercadoria passará a custar?

O desconto será de 10% do valor de R$120,00. Logo:

Retiramos, portanto, R$12,00 de R$120,00: 120 - 12 = 108
Passaremos a pagar, com a promoção, R$108,00.

2) Uma sala de aula possui 100 alunos, sendo que 40% são meninas. Qual a quantidade de meninas e de meninos?

A quantidade de meninas será: $100 \times \frac{40}{100} = 40$

E a de meninos será: 100 - 40 = 60.

Razão centesimal:

Como o próprio nome já diz, é a fração cujo denominador é igual a 100.

Exemplos:

$\frac{10}{100} = 0{,}1 = 10\%$(lê-se 10 por cento)

$\frac{150}{100} = 1{,}5 = 150\%$(lê-se 150 por cento)

Definição de taxa porcentual ou porcentagem:

Chama-se taxa porcentual ou porcentagem de um número a sobre um número b, $b \neq 0$, à razão $\frac{x}{100}$ tal que $\frac{x}{100} = \frac{a}{b}$

Indica-se $\frac{x}{100}$ por $x\%$

Porcentagem é o valor obtido quando aplicamos uma razão centesimal a um determinado valor. Porcentagem, como o nome já diz, é por 100 (sobre 100).

Exemplos para compreendermos melhor:

1) Calcule:

a) 10% de 500:
A razão centesimal é: $b \neq 0$

Portanto, $\frac{x}{100}$

b) 25% de 200:
$\frac{x}{100} = \frac{a}{b}$

Portanto, $\frac{x}{100}$

2) Qual a taxa porcentual de:

a) 3 sobre 5?
$x\%$

5x = 300
x= 60

A taxa é de 60%

b) 10 sobre 20?

$$10\% = \frac{10}{100}$$

20x = 1000
x = 50

A taxa é de 50%

História da porcentagem

Relatos históricos datam que o surgimento dos cálculos percentuais aconteceu por volta do século I a.C., na cidade de Roma. Nesse período, o imperador romano decretou inúmeros impostos a serem cobrados, de acordo com a mercadoria negociada. Um dos impostos criados pelos chefes romanos era denominado centésimo rerum venalium, e obrigava o comerciante a pagar um centésimo pela venda das mercadorias no mercado. Naquela época, o comércio de escravos era intenso e sobre as vendas era cobrado um imposto de 1/25 (um vinte e cinco avos).

Os cálculos eram feitos sem a utilização do símbolo de porcentagem, eram realizados de forma simples, com a utilização de frações centesimais. Por exemplo, na cobrança de um imposto no valor de 6/100 da comercialização, eles cobravam seis centésimos do preço do produto, isto é, dividiam o produto em cem partes iguais e pegavam seis partes, basicamente o que é feito hoje sem a utilização de calculadoras.

A intensificação do comércio por volta do século XV criou situações de grande movimentação comercial. O surgimento dos juros, lucros e prejuízos obrigou os matemáticos a fixarem uma base para o cálculo de porcentagens. A base escolhida foi o 100. O interessante é que mesmo com essa evolução, o símbolo que conhecemos hoje ainda não era utilizado pelos comerciantes. Muitos documentos encontrados e registrados apresentam uma forma curiosa de expressar porcentagens. Os romanos utilizavam os algarismos do seu sistema de numeração seguido de siglas como, “p cento” e “p c”. Por exemplo, a porcentagem de 10% era escrita da seguinte forma: “X p cento” ou “X p c”.

A crescente utilização da porcentagem no comércio e as suas inúmeras formas de escrita representacional originaram o símbolo que conhecemos hoje, %. Atualmente, a porcentagem é estritamente importante para a Matemática financeira, dando suporte às inúmeras movimentações financeiras, na representação do mercado de ações envolvendo as operações de compra e venda, na construção de gráficos comparativos, qualitativos e quantitativos, na constituição de alíquotas de diversos impostos entre inúmeras outras situações.

EXERCÍCIOS

1. Ache a razão correspondente
   a. 40%
   b. 120%
   c. 0,85%
   d. 1/3%

2. Escreva na forma unitária itens da questão anterior.

   a.
   b.
   c.
   d.

3. Dadas as razões abaixo dê sua forma percentual.
   a. 1/5
   b. 4/9
   c. ½
   d. 7/13
   e. 3/5

4. Agora calcule:

   a. 40% de 120
   b. 25% de 90
   c. 13% de 35
   d. 70% de 44
   e. 50% de100
   f. 99% de 20

5. Resolva os problemas que seguem abaixo que envolvem porcentagem.

   a. Uma empresa tem 400 funcionários, 80 são mulheres. Quanto por cento representa o outro sexo?

b. Determine por quanto se deve vender uma mercadoria comprada por R$ 35.000 para se obter o lucro de 7% sobre o custo.

c. Sabendo que um acionista vendeu suas ações com ganho de 40% sobre o preço da venda e que as ações foram adquiridas por R$ 150.000, qual o preço de venda?

6. Em uma sala de aula com 52 alunos, 13 utilizam bicicletas como transporte. Expresse em porcentagem a quantidade de alunos que utilizam bicicleta.

7. Um produto é vendido em, no máximo, três prestações mensais e iguais, totalizando o valor de R$ 900,00. Caso seja adquirido à vista, a loja oferece um desconto de 12% sobre o valor a prazo. Qual o preço do produto na compra à vista?

8. A pesquisa abaixo foi publicada no caderno Folhateen do jornal Folha de São Paulo de 10/09/01

   1.607 leitores participaram da enquete: Em sua opinião, a principal causa da violência urbana no país é:
   a. A má distribuição de renda – 56% dos leitores têm essa opinião
   b. A corrupção dos políticos – 22% das pessoas crêem nessa razão
   c. A baixa escolaridade da população – 22% dos leitores defendem esse fator

   Agora calcule quantos atribuem as causas da violência urbana:

   a. À má distribuição de renda?

   b. À corrupção dos políticos?

   c. À baixa escolaridade da população?

9. (BNB 2004) quarenta por cento do salário de um funcionário público é reservado para pagamento de aluguel e cinqüenta por cento do que sobra, para alimentação. Descontados o dinheiro do aluguel e alimentação, o funcionário aplica um terço do que resta na poupança sobrando apenas R$ 300 para gastos diversos. Pode-se afirmar que o salário deste funcionário é?

10. A percentagem de fumantes de uma cidade é de 32%. Se 3 em cada 11 fumantes deixarem de fumar, o número de fumantes ficará reduzido a 12.800.qual é o número de fumantes e o número de habitantes da cidade?

11. Uma loja oferece 25% de desconto para pagamento à vista. Comprei um fogão e paguei R$ 250,00. Qual o preço nominal do fogão?

12. Qual número que aumentado seus 8% vale 756?

13. Qual número que diminuído de seus 40% é 720?

14. um comerciário obteve 40% de desconto sobre o valor de uma duplicata de seu aceite de R$ 12.800,00. Qual foi o desconto?

15. Numa fábrica de peças de automóveis, há o refugo de 5% da produção. Qual foi a produção total, se foram aceitos 4.560 peças?

16. Um aluno ao fazer um ditado de 120 palavras, errou 6. Qual a porcentagem dos erros cometidos?

17. Uma loja de informática vendeu em Janeiro R$ 720.000,00 e em Fevereiro vendeu R$ 864.000,00. As vendas aumentaram quantos por cento?

18. Uma loja vendeu uma geladeira por R$ 1.140,00, com prejuízo de 5% sobre o custo, se essa geladeira tivesse sido vendida com lucro de 15%, qual teria sido o preço da venda?

19. Quanto custa uma casa que, vendida com lucro de 12% sobre o custo, rendeu o lucro de R$ 96.000,00?

20. Uma moto foi vendida pó R$ 18.000,00, com lucro de 20% sobre o respectivo custo. Quanto custou?

JUROS SIMPLES E COMPOSTOS

Definições

- Juros - é a remuneração do capital, ou seja, o seu rendimento mediante uma determinada taxa por certo período de tempo.
- Capital - é o valor aplicado através de alguma operação financeira. Também conhecido como: Principal, Valor Atual, Valor Presente ou Valor Aplicado.
- Período - Toda transação financeira deve necessariamente prever quando (datas de início e do término da operação) e por quanto tempo (duração da operação) se dará a cessão (o empréstimo) do capital. Este prazo deve estar expresso em determinada unidade de tempo (que pode ser: dia, mês, bimestre, trimestre, semestre, ano, etc.).
- Montante - é o valor emprestado ao tomador acrescido dos juros cobrados.

Os juros são sempre calculados sobre o valor inicial da transação, não importando o montante final e o período.
Para o cálculo de juros simples temos a seguinte fórmula:

$$J = Cit/100$$

Onde: J = juros; C = capital; i = taxa de juros; t = período

Os juros de cada período de tempo é calculado sobre o saldo no início do período anterior. Ou seja: os juros de cada intervalo de tempo é incorporado ao capital inicial e passa a render juros também.

Para o cálculo de juros compostos a fórmula é deduzida da fórmula de juros simples.
Considerando t = 1 mês (período de capitalização) e chamando i' a taxa unitária, ou seja, 1/100, substituímos na fórmula de juros simples:

$J = C.1.\ 1/\ 100$
$J = C.\ 1/100$
$J = C.i'$

Para o cálculo do montante, temos: $M = C + J$.
Assim o 1º montante será: $M_1 = C + Ci' = C\ (1 + i')$;
O 2º montante será: $M_2 = M_1 + M_2 = C(1+ i') + C(\ 1 + i') = C(1 + i')\ .\ (\ 1 + i') = C(\ 1 + i')^2$

Generalizando, temos a fórmula para calcular juros compostos:

$$M_n = C(1+i)^n$$

Observe o uso das duas fórmulas no exemplo abaixo:

Considere um investimento de R$ 20.000 a uma taxa de 10% a.m (ao mês) durante 4 meses. Calcule o montante da aplicação nos regimes de juros simples e compostos.

I) Regime de juros simples

J=? ; C = 20.000; i = 10% a.m ; t = 4

J = C.i.t /100 = 20.000 . 10 . 4 / 100 = 8.000

M = C + J = 20.000 + 8.000 = 28.000

II) Regime de juros compostos

M = ? ; C = 20.000 ; i = 10 ; n = 4

$M = C(1+i)^n = 20.000(1+0,1)^4 =20.000(1,1)^4 = 20.000(1,4641)$

$= 2(14641) = 29.282,00$

TAXAS

Receber um capital hoje não é o mesmo que recebê-lo daqui a um ou dois anos, pois a partir do seu recebimento ele pode ser aplicado à taxa de juros de mercado e seu valor será acrescido dos juros remuneratórios.

Para representarmos taxas de juros temos as seguintes formas:
3% a.a ---------------------- taxa centesimal
3/100 ---------------------- taxa utilizada para cálculos
0,03 a.a -------------------- taxa unitária

A taxa de juros e o tempo devem vir nas mesmas unidades:
I = 3% a.a t = 1 ano
I = 4% a.m t = 3 meses

E em regime de juros simples são utilizadas as taxas proporcionais, ou seja, 2% a.d = 60% a.m = 720% a.a

Ainda em juros simples temos M = C(1 +it) como Montante e C = M/(1 + it) como Valor Atual.

Em matemática financeira temos 5 taxas de juros bem freqüentes que conheceremos agora.

- Taxa efetiva – nessa taxa a unidade de referência de seu tempo coincide com a unidade de tempo dos períodos de capitalização. Assim dizemos 10% a.a (capitalizados anualmente); 4% a.m (capitalizados mensalmente); 3 % a.s (capitalizados semestralmente), omitindo o período de capitalização.

- Taxa proporcional – duas ou mais taxas são ditas proporcionais, em regime de juros simples, quando aplicadas a um mesmo capital, por igual período de tempo produzindo o mesmo montante. Ex: 1% a.d = 30% a.m = 360% a.a

- Taxa equivalente – duas ou mais taxas são equivalentes, em regime de juros compostos, quando aplicadas a um mesmo capital, por igual período de tempo produzindo o mesmo montante. $C(1+ia)^1 = C(1+is)^2 = C(1+it)^4 = C(1+im)^{12} = C(1+id)^{360}$

- Taxa nominal – a unidade de referência de seu tempo não coincide com a unidade de tempo dos períodos de capitalização.a taxa nominal é dada em termos anuais e os períodos de capitalização em termos mensais, semestrais, etc...

  Ex: 10% a.a (capitalizados mensalmente); 20%a.a (capitalizados semestralmente)

  Observação: a taxa efetiva pode estar embutida na taxa nominal.

Ex: 24%a.a (capitalizados mensalmente)

⇩

Taxa nominal.

24% / 12 meses = 2% a.m – taxa efetiva embutida na nominal.

- Taxa real – mostra o ganho ou perda real do aplicador descontada a inflação.

Cálculo :

C(I +R) – é o montante considerando uma economia sem inflação à taxa real de juros (R).

C(I+INF) – é o montante considerando apenas a inflação.

C(I+R).(I+INF) – é o montante considerando o juro real e a inflação.

Dada uma taxa In divulgada pelo mercado financeiro, teremos:

C(I +In) = C (I + R).(I + INF)

R = I +In/ I + INF - 1

Onde: R – taxa real; In – taxa nominal ou aparente; INF – taxa de inflação.

EXERCÍCIOS

1. Quais os juros de R$ 20.000, durante 2 anos à taxa de 2% a.m?

2. Em quanto tempo R$ 80.000 produz R$ 20.000 de juros à uma taxa de 5%a.m?

3. Calcule o montante de uma aplicação de R$ 1.000 por 5 meses a 5%a.m em regime de juros compostos.

4. Qual será o montante, em regime de juros compostos, de uma aplicação de R$ 5.000 à taxa de 3% a.m por 4 meses?

5. Calcule o montante de um capital inicial de R$ 7.000 a 5%a.m durante 6 meses.

6. Durante quanto tempo se deve aplicar R$ 4.000 à taxa de 6% a.m para produzir o montante R$ 12.000?

7. Carlos tem uma dívida de R$ 2.500 que vence em 5 meses. Para dispor da quantia no prazo estipulado, que capital ele deve aplicar a juros simples comerciais de 96% a.a?

8. Quais as taxas existentes em matemática financeira?

9. Defina cada uma dessas taxas.

10. Crie um problema e resolva-o em regime de juros simples e em regime de juros compostos. Verifique se o montante encontrado foi igual ou não de acordo com os dois tipos de regime.

11. Em que situações reais devemos calcular juros?

12. Quanto renderá de juros compostos uma aplicação de R$ 150.000,00 durante 6 meses, à taxa de 10% a.m?

13. Quais os juros compostos de uma aplicação de R$ 400.000,00 a uma taxa efetiva de 5% a.m capitalizados trimestralmente durante 1 ano e 3 meses ?

14. (Banco do Brasil) Se aplicarmos R$ 25.000,00 a juros compostos, rendendo 7% a cada bimestre, quanto teremos após 3 anos?

15. Calcular a taxa trimestral equivalente a 3% ao mês.

16. Calcular a taxa trimestral equivalente a 12% ao semestre.

17. (Receita Federal) João aplicou por 6 meses a quantia de R$ 220.000,00, a juros simples comerciais, recebendo o montante de R$ 352.000,00. Nessas condições, a taxa de juros da aplicação foi de quanto por cento?

18. Comprei aço de uma firma, ao fim de 1 ano e 8 meses, obtive com a venda das mesmas, 3/2 do meu capital. Qual a taxa mensal obtida?
19. Qual tempo em que R$ 100.000,00 produz R$ 45.000,00 de juros à taxa mensal de 1,25%?
20. A que taxa anual devemos colocar certo capital para que, em 8 anos, ele dobre?

CAPÍTULO II

DESCONTOS

Definição

É o abatimento de um título pago antes do vencimento. É a diferença entre o valor nominal (valor indicado no título |valor no vencimento|) e o valor atual (valor do título antes do vencimento).

Desconto simples

Também é chamado de desconto por fora, comercial, bancário ou irracional. É o equivalente ao juro simples produzido pelo valor nominal no período correspondente, à taxa fixada.

O desconto simples é calculado pelas seguintes fórmulas:

d= Nit/100 onde i=a.a e t= anos
d= Nit/1200 onde i=a.a e t = meses
d= Nit/36000 onde i=a.a t= dias

Onde: d= desconto; N= valor nominal; i= taxa centesimal; t= tempo antecipado de pagamento

O valor nominal é a quantia que será paga no dia do vencimento.
A diferença entre o valor nominal e o desconto chama-se valor atual (A), quantia paga no dia em que se efetua o pagamento.

A = N – d

Desconto composto

Também chamado de desconto por dentro ou racional. é o equivalente ao juro simples produzido pelo valor atual no período correspondente, à taxa fixada.

O cálculo do desconto por dentro é feito através das seguintes fórmulas:

D = Ait/100 onde i = a.a e t = anos
D = Ait/1200 onde i = a.a e t = meses
D = Ait/ 36000 onde i = a.a e t = dias

D = N – A

Se substituirmos D = N – A em D = Ait /100, temos:

A = 100D/it

D = N – 100D/it Dit = Nit – 100D Dit = Nit/ 100 + it

O desconto por for a equivale aos juros simples do valor nominal. O desconto por dentro equivale aos juros simples do valor atual.

Notações comuns na área de descontos:

D	Desconto realizado sobre o título
A	Valor Atual de um título
N	Valor Nominal de um título
i	Taxa de desconto
n	Número de períodos para o desconto

Desconto é a diferença entre o Valor Nominal de um título (futuro) N e o Valor Atual A deste mesmo título.

$$\boxed{D = N - A}$$

Há dois tipos básicos de descontos: Comerciais (por fora) ou Racionais (por dentro).

1. ***Desconto Simples Comercial (por fora)***

O cálculo deste desconto é análogo ao cálculo dos juros simples, substituindo-se o Capital P na fórmula de juros simples pelo Valor Nominal N do título.

Desconto por fora	Juros simples
D = N i n	j = P i n
N = Valor Nominal	P = Principal
i = taxa de desconto	i = taxa de juros
n = no. de períodos	n = no. de períodos

O valor atual no desconto por fora, é calculado por: $A = N\text{-}D = N\text{-}N.i.n = N(1\text{-}i.n)$

2. ***Desconto Simples Racional (por dentro)***

O cálculo deste desconto funciona análogo ao cálculo dos juros simples, substituindo-se o Capital P na fórmula de juros simples pelo Valor Atual A do título.

O cálculo do desconto racional é feito sobre o Valor Atual do título.

Desconto por dentro	Juros simples
D = A i n	j = P.i.n
N = Valor Atual	P = Principal
i = taxa de desconto	i = taxa de juros
n = no. de períodos	n = no. de períodos

O valor atual, no desconto por dentro, é dado por: A = N / (1 + i n)

3. *Desconto Comercial composto (por fora)*

Este tipo de desconto não é usado no Brasil e é análogo ao cálculo dos Juros compostos, substituindo-se o Principal P pelo Valor Nominal N do título.

Desconto composto por fora	Juros compostos
$A = N(1-i)^n$	$S = P(1+i)^n$
A = Valor Atual	P = Principal
i = taxa de desconto negativa	i = taxa de juros
n = no. de períodos	n = no. de períodos

Apenas para fins didáticos, iremos obter a fórmula para o cálculo deste desconto. Ela é obtida por aplicações repetidas do desconto simples para 1 período.

Para n=1, o desconto composto por fora funciona como o desconto simples por fora, logo: $A_1 = N(1-i)$

Onde A_1 é o valor atual do título com valor nominal N. Para n=2, devemos reaplicar o mesmo processo, substituindo agora N por A_1, para obter A_2, isto é: $A_2 = A_1(1-i) = N(1-i)^2$

Por este raciocínio, temos que, para cada número natural n: $A_n = N(1-i)^n$

Esta fórmula é similar à formula do montante composto, dada por: $S = P(1+i)^n$

4. *Desconto Racional composto (por dentro)*

Este tipo de desconto é muito utilizado no Brasil.

Como D = N - A e como $N = A(1 + i)^n$, então $D = N\text{-}N(1+i)^{-n} = N.[1-(1+i)^{-n}]$

O melhor estudo que se pode fazer com o desconto racional composto é considerar o Valor Atual A como o capital inicial de uma aplicação e o Valor Nominal N como o montante desta aplicação, levando em consideração que as taxas e os tempos funcionam de forma similar nos dois casos.

EXERCÍCIOS

1. Um título de valor nominal de R$ 12.000 sofre desconto, à taxa de 6%a.a, 120 dias antes do vencimento. Qual o valor do desconto?
2. Uma letra de R$ 50.000, foi paga 90 dias antes do vencimento e teve uma redução de R$ 32.000. Qual foi a taxa do desconto?
3. Um título com vencimento para o dia 16 de outubro, foi pago em 17 de agosto do mesmo ano, e recebeu um desconto de R$ 14.000. a taxa corrente era de 7% a.m, qual o valor nominal do título?
4. Qual valor atual de uma duplicata que sofreu desconto por dentro de R$ 500 a 50 dias de seu vencimento à taxa de 3% a.m?
5. Uma nota promissória de valor nominal R$ 88.560 com vencimento em 4 meses, foi comprada por R$ 82.000. Qual a taxa de desconto racional exigida pelo comprador.
6. Um cliente descontou em um banco um título com prazo de 90 dias. O banco dá um desconto de 11% a.a. qual foi o líquido recebido sabendo que além do desconto de R$ 1.100, há uma comissão de 1/8%?
7. O que você entendeu por desconto?
8. Quais os tipos de descontos existentes?
9. O que é Valor Atual?
10. De acordo com o que você aprendeu, pense em uma situação em que envolva desconto e encontre o Valor Atual.
11. Na prática, quando podemos utilizar o cálculo do desconto?
12. Qual é o desconto por dentro de um título de R$19.200,00 a 6% a.a, vencível há 1 ano, 1 mês e 10 dias?
13. Um título de valor nominal R$ 53.000 foi descontado à taxa de 18%a.a. Sabendo-se que o desconto por dentro foi d R$ 3.000,00, quanto tempo antes do vencimento efetuou-se o resgate?
14. Um banco concedeu um empréstimo com taxa de desconto 8% a.m., espera receber líquido R$ 228.000,00 por um prazo de 90 dias. Nestas condições qual o valor nominal da promissória que deverá o cliente deverá assinar?
15. Por uma letra de R$ 26.000 descontada a 6% a.a. pagaram-se R$ 24.037,00. De quanto tempo se antecipou o pagamento?
16. Um cliente descontou em um banco um título 4 meses antes do vencimento à taxa de 6%, recebendo um líquido de R$ 29.400,00. Qual foi o desconto?

17. Descontei a 11%a.a duas notas promissórias da valores diferentes, cuja soma é de R$ 40.000,00, uma vencível há 36 dias e outra há 48 dias. Os descontos atingiram R$ 495,00. Qual o valor de cada título?

18. Um título descontado 90 dias antes do vencimento a uma taxa de 90%a.a proporcionou um desconto por dentro de R$ 24.750,00. Se o desconto fosse por fora, qual seria o valor?

19. Rui descontou um título no prazo de 6 meses à taxa de 12%a.a , mais a comissão de 1%, recebendo líquido R$ 22.320,00. Determine o valor nominal do título.

20. Descontado a 9% a.m, em 4 de Setembro, certo título de R$ 150.000,00 reduziu-se a R$ 132.000,00. Qual era a data de vencimento?

CAPÍTULO III

SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE – SAC

É uma forma de amortização de um empréstimo por prestações que incluem os juros, amortizando assim partes iguais do valor total do empréstimo.

Neste sistema o saldo devedor é reembolsado em valores de amortização iguais. Desta forma, no sistema SAC o valor das prestações é decrescente, já que os juros diminuem a cada prestação. O valor da amortização é calculada dividindo-se o valor do principal pelo número de períodos de pagamento, ou seja, de parcelas.

O SAC é um dos tipos de sistema de amortização utilizados em financiamentos imobiliários. A principal característica do SAC é que ele amortiza um percentual fixo do saldo devedor desde o início do financiamento. Esse percentual de amortização é sempre o mesmo, o que faz com que a parcela de amortização da dívida seja maior no início do financiamento, fazendo com que o saldo devedor caia mais rapidamente do que em outros mecanismos de amortização.

EXEMPLO

Um empréstimo de R$ 120.000,00 (cento e vinte mil reais) a ser paga em 12 meses a uma taxa de 10% ao ano(em juros simples). Aplicando a fórmula para obtenção do valor da amortização iremos obter uma valor igual a R$ 10.000,00. Essa fórmula é o valor do empréstimo solicitado divido pelo período, sendo nesse caso: R$ 120.000,00 / 12 meses = R$ 10.000,00. Logo, a tabela SAC fica:

Nº Prestação	Prestação	Juros	Amortização	Saldo Devedor
0				120000
1	11200	1200	10000	110000
2	11100	1100	10000	100000
3	11000	1000	10000	90000
4	10900	900	10000	80000
5	10800	800	10000	70000
6	10700	700	10000	60000
7	10600	600	10000	50000
8	10500	500	10000	40000
9	10400	400	10000	30000
10	10300	300	10000	20000
11	10200	200	10000	10000
12	10100	100	10000	0

Note que o juro é sempre 10% do saldo devedor do mês anterior,a prestação é a soma da amortização e o juro. Sendo assim,o juro é decrescente e diminui sempre na mesma quantidade, R$ 100,00. O mesmo comportamento tem as prestações. A soma das prestações é de R$ 127.800,00. Gerando juros de R$ 7.800,00.

Outra coisa a se observar é que as parcelas e juros diminuem em progressao aritmética(PA) de r=100.

EXERCÍCIOS

1. Um banco empresta 100.000 a uma taxa de 12% a.a., para ser pago em 10 prestações mensais pelo Sistema de Amortização Constante. Construir a planilha, determinando os juros pagos.

2. Para um financiamento no valor de 360.000,00 pelo SAC, para ser pago mediante 18 prestações mensais, a uma taxa de juros de 26% a.a., determinar:

a) os juros totais pagos;

b) o juro pago na décima segunda prestação.

3. Formar o plano de amortização pelo SAC, de um empréstimo de 10.000 à taxa de 150% a.a., ser pago em 12 prestações mensais

TABELA FINANCEIRA

Tabela para fator de acumulação de capital

n	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	12%	15%	18%
1	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
2	2,010	2,020	2,030	2,040	2,050	2,060	2,070	2,080	2,090	2,100	2,120	2,150	2,180
3	3,030	3,060	3,091	3,122	3,153	3,184	3,215	3,246	3,278	3,310	3,374	3,473	3,572
4	4,060	4,122	4,184	4,246	4,310	4,375	4,440	4,506	4,573	4,641	4,779	4,993	5,215
5	5,101	5,204	5,309	5,416	5,526	5,637	5,751	5,867	5,985	6,105	6,353	6,742	7,154
6	6,152	6,308	6,468	6,633	6,802	6,975	7,153	7,336	7,523	7,716	8,115	8,754	9,442
7	7,214	7,434	7,662	7,898	8,142	8,394	8,654	8,923	9,200	9,487	10,089	11,067	12,142
8	8,286	8,583	8,892	9,214	9,549	9,897	10,260	10,637	11,028	11,436	12,300	13,727	15,327
9	9,369	9,755	10,159	10,583	11,027	11,491	11,978	12,488	13,021	13,579	14,776	16,786	19,086
10	10,462	10,950	11,464	12,006	12,578	13,181	13,816	14,487	15,193	15,937	17,549	20,304	23,521
11	11,567	12,169	12,808	13,486	14,207	14,972	15,784	16,645	17,560	18,531	20,655	24,349	28,755
12	12,683	13,412	14,192	15,026	15,917	16,870	17,888	18,977	20,141	21,384	24,133	29,002	34,931
13	13,809	14,680	15,618	16,627	17,713	18,882	20,141	21,495	22,953	24,523	28,029	34,352	42,219
14	14,947	15,974	17,086	18,292	19,599	21,013	22,550	24,215	26,019	27,975	32,393	40,505	50,818
15	16,097	17,293	18,599	20,024	21,579	23,276	25,129	27,152	29,361	31,772	37,280	47,580	60,965
16	17,258	18,639	20,157	21,825	23,657	25,673	27,888	30,324	33,003	35,950	42,753	55,717	72,939
17	18,430	20,012	21,762	23,698	25,840	28,213	30,840	33,750	36,974	40,545	48,884	65,075	87,068
18	19,615	21,412	23,414	25,645	28,132	30,906	33,999	37,450	41,301	45,599	55,750	75,836	103,740

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARRUDA, Sérgio Roberto & LKUZZATTO Sogra. Matemática Financeira ao alcance de quase todos - 2ª edição revisada.

CRESPO, Antônio Arnot. Matemática comercial e financeira. Ed. Saraiva - 1995.

LOCICKS, Júlio. Matemática financeira para concursos. Ed. Vestcom , 2.000.

MATHIAS, Washington. Matemática Financeira. Ed Atlas – 1996.

SOBRINHO, Vieira. Matemática Financeira. Ed Atlas – 1996.

Hino Nacional

Ouviram do Ipiranga as margens plácidas
De um povo heróico o brado retumbante,
E o sol da liberdade, em raios fúlgidos,
Brilhou no céu da pátria nesse instante.

Se o penhor dessa igualdade
Conseguimos conquistar com braço forte,
Em teu seio, ó liberdade,
Desafia o nosso peito a própria morte!

Ó Pátria amada,
Idolatrada,
Salve! Salve!

Brasil, um sonho intenso, um raio vívido
De amor e de esperança à terra desce,
Se em teu formoso céu, risonho e límpido,
A imagem do Cruzeiro resplandece.

Gigante pela própria natureza,
És belo, és forte, impávido colosso,
E o teu futuro espelha essa grandeza.

Terra adorada,
Entre outras mil,
És tu, Brasil,
Ó Pátria amada!
Dos filhos deste solo és mãe gentil,
Pátria amada,Brasil!

Deitado eternamente em berço esplêndido,
Ao som do mar e à luz do céu profundo,
Fulguras, ó Brasil, florão da América,
Iluminado ao sol do Novo Mundo!

Do que a terra, mais garrida,
Teus risonhos, lindos campos têm mais flores;
"Nossos bosques têm mais vida",
"Nossa vida" no teu seio "mais amores."

Ó Pátria amada,
Idolatrada,
Salve! Salve!

Brasil, de amor eterno seja símbolo
O lábaro que ostentas estrelado,
E diga o verde-louro dessa flâmula
- "Paz no futuro e glória no passado."

Mas, se ergues da justiça a clava forte,
Verás que um filho teu não foge à luta,
Nem teme, quem te adora, a própria morte.

Terra adorada,
Entre outras mil,
És tu, Brasil,
Ó Pátria amada!
Dos filhos deste solo és mãe gentil,
Pátria amada, Brasil!

Hino do Estado do Ceará

Poesia de Thomaz Lopes
Música de Alberto Nepomuceno
Terra do sol, do amor, terra da luz!
Soa o clarim que tua glória conta!
Terra, o teu nome a fama aos céus remonta
Em clarão que seduz!
Nome que brilha esplêndido luzeiro
Nos fulvos braços de ouro do cruzeiro!

Mudem-se em flor as pedras dos caminhos!
Chuvas de prata rolem das estrelas...
E despertando, deslumbrada, ao vê-las
Ressoa a voz dos ninhos...
Há de florar nas rosas e nos cravos
Rubros o sangue ardente dos escravos.
Seja teu verbo a voz do coração,
Verbo de paz e amor do Sul ao Norte!
Ruja teu peito em luta contra a morte,
Acordando a amplidão.
Peito que deu alívio a quem sofria
E foi o sol iluminando o dia!

Tua jangada afoita enfune o pano!
Vento feliz conduza a vela ousada!
Que importa que no seu barco seja um nada
Na vastidão do oceano,
Se à proa vão heróis e marinheiros
E vão no peito corações guerreiros?

Se, nós te amamos, em aventuras e mágoas!
Porque esse chão que embebe a água dos rios
Há de florar em meses, nos estios
E bosques, pelas águas!
Selvas e rios, serras e florestas
Brotem no solo em rumorosas festas!
Abra-se ao vento o teu pendão natal
Sobre as revoltas águas dos teus mares!
E desfraldado diga aos céus e aos mares
A vitória imortal!
Que foi de sangue, em guerras leais e francas,
E foi na paz da cor das hóstias brancas!

GOVERNO DO
ESTADO DO CEARÁ
Secretaria da Educação